Fiche Physique des ondes I

- Cable coaxial : $\frac{\partial^2 u}{\partial x} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t} = 0$ avec $\boxed{c = 1/\sqrt{LC}} = 3{,}0\cdot 10^{8}\ m\cdot s^{-1}$

- Ondes Electromag dans vide $\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$ avec $\boxed{c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$

- Chaîne ressort : $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$ avec $\boxed{c = a\sqrt{\frac{K}{m}}}$

- Solide elastiQ : $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$ avec $\boxed{c = \sqrt{\rho/E}}$ Module d'Young

- Ondes sonores dans un fluide : $\Delta P_1 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 P_1}{\partial t^2} = 0$ $\boxed{c = 1/\sqrt{\rho_0 \chi_s}}$

↳ pour GP $c = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{n}}$

↳ Approx acoustiQ : $\left\{\begin{array}{l}\text{perturba}^{\text{c}}\text{ petite} \\ \text{pas dissipation} \Rightarrow \text{rev} \\ \text{pas condu}^{\text{c}}\text{ th} \Rightarrow \text{adiab}\end{array}\right.$ $\Big\}$ isentropiQ

- Corde vibrante : $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$ $\boxed{c = \sqrt{T/\mu}} \sim 180 - 300\ m\cdot s^{-1}$

Generalités sur les ondes

- Surface d'onde : tous les points sont dans le même etat vibratoire

* Ondes Planes

- Une seule dimension $\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = 0$

- Il faut chercher des solutions se propageant à c

↳ $A = f(x - ct) + g(x + ct)$ (progressive / regressive)

* Ondes planes progressives harmoniques

↳ $A(x;t) = A_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$

↳ Equa° onde donne relation dispersion entre k et ω

↳ D'Alembert : $k^2 = \omega^2/c^2$

. vitesse de phase $v_\varphi = \omega/k$ (dispersive si $v_\varphi(k)$)

. Vitesse de groupe $v_G = d\omega/dk$

* Effet Doppler

$$\left.\begin{aligned} A &= A_0 \cos(\omega t - k(x' - vt) + \varphi) \\ &= A_0 \cos((\omega - kv)t - kx' + \varphi) \\ \Rightarrow \omega' &= \omega(1 - v/v_\varphi) \end{aligned}\right\}$$ Recepteur mobile

. En général : $\boxed{\omega_{rec} = \frac{1 - v_{rec}/v}{1 - v_{em}/v} \cdot \omega_{em}}$

* Ondes sphériques

D'Alembert : $\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2}{\partial r^2}(r.A) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = 0$

↳ même chose, mais avec la variable $r.A$

$\Rightarrow A = \frac{1}{r} f(r - ct) + \frac{1}{r} g(r + ct)$ (divergentes / convergentes)

↳ le $\frac{1}{r}$ montre la conservation énergie

Fiche Physique des ondes II

* Ondes Stationnaires

  - Composantes spatiales et temporelles découplées

$$\Rightarrow A(x;t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi)\cos(kx + \psi)$$
$$= \frac{A_0}{2}\left[\cos(\omega t + kx + \varphi_1) + \cos(\omega t - kx + \varphi_2)\right]$$

* Corde de Melde:

  - $\omega_n = \frac{n\pi c}{L} \Rightarrow A_n = A_{0n}\cos(n\omega_1 t + \varphi)\sin(k_n x)$

  - $E_n(t) = \int_0^L \frac{1}{2}\mu\left(\frac{\partial A}{\partial t}\right)^2 + \frac{1}{2}T_0\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)^2 dx = A_{0,n}^2 \cdot \frac{n^2 T_0 \pi^2}{4L}$

  - Sinusoidal forcé: $A(x,t) = a_0\cos(\omega t)\dfrac{\sin(k_0(L-x))}{\sin(k_0 L)}$

    ↳ résonance par $k_0 L = n\pi$

Propagation des ondes

* Impédance:

  - Si $f(x-ct)$: $\boxed{\frac{\partial f}{\partial t} = -c\frac{\partial f}{\partial x}}$

$\Rightarrow$ Cable coaxial: $u = Z\, i$ avec $Z = \sqrt{L/C} = 50\ \Omega = L.c$

$\Rightarrow$ Onde electromag: $\vec{E} = Z.\frac{\vec{B}}{\mu_0}$ avec $Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 377\ \Omega = \mu_0 c$

$\Rightarrow$ Onde Sonore: $p = Z\,\vec{v}$ avec $Z = \sqrt{\frac{\rho_0}{\chi_s}} = \rho_0 c$

- Coefficient de reflexion et transmission

 · En amplitude : $\boxed{\rho_{12} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}}$ $\boxed{\tau = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}}$

 · En energie : $\boxed{R = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)^2}$ $\boxed{T = \frac{4 Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}}$

 ↳ $\boxed{R + T = 1}$.

⚠ On peut avoir des dissipations aux interfaces $R + T + D = 1$.

- Paquet d'ondes

$$A(x;t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \tilde{A}(\omega;k)\, e^{i(\omega t - kx)}$$

 ↳ Comme $\omega = \omega(k)$ on integre juste sur k

· Paquet d'onde : CL d'OPPH dont k et ω sont reliées

$$\Rightarrow A(x;t) = \underbrace{A_e\left(x - \frac{d\omega}{dk}\Big|_{k_0} t\right)}_{\text{Envellope } v_G = d\omega/dk} \underbrace{e^{i(k_0 x - \omega(k_0)x + \varphi(k_0))}}_{\text{Porteuse: } v_\varphi = \omega/k}$$

 ↳ A deux ondes on a des battements

Propagation des ondes dans un milieu

· Ondes Electromag dans plasma

 - Plasma : milieux sans charge mais où on courant peut se deplacer

 ↳ $\rho = 0$; $\vec{j} \neq \vec{0}$

Physique des ondes III

- $\vec{j} = -ne\vec{v}$ et $m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E}$

  $\hookrightarrow -\frac{m}{ne}\frac{d\vec{j}}{dt} = -e\vec{E}$

  $\Rightarrow \boxed{\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t} = \frac{\omega_c^2}{c^2}\vec{E}}$ avec $\boxed{\omega_c = \sqrt{\frac{ne^2}{\varepsilon_0 m}}}$

  $\hookrightarrow \boxed{k^2 = \frac{\omega^2 - \omega_c^2}{c^2}}$: évanescente si $\omega < \omega_c$

- Onde électromag dans un conducteur :

  - $\mathrm{div}\,\vec{j} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$ et $\vec{j} = \sigma\vec{E}$

    $\Rightarrow \frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\rho = 0$ $\Rightarrow \boxed{\rho = e^{-t/\tau}}$ et $\tau \sim 10^{-19}$ sec

    $\Rightarrow \rho \simeq 0$

  - $\boxed{\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0\sigma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}}$

    $\hookrightarrow \boxed{k^2 = i\mu_0\sigma\omega}$ $\Rightarrow \boxed{k = \pm\frac{1-i}{\delta}}$

    avec $\boxed{\delta = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\mu_0\sigma\omega}}}$ Epaisseur de peau

  - Re(k) permet la propagation
  - Im(k) donne l'atténuation (diminution de l'amplitude)

⚠ Absorption ≠ Atténuation

- Onde atténuée mais non dispersive

  - Télégraphistes $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (r\Gamma + g\Lambda)\frac{\partial u}{\partial t} + rgu$

    - Conditions d'Heaviside $g/\Gamma = r/\Lambda$

      ↳ $k = \pm \frac{\omega}{c}\left(1 + i\, g/\Gamma\right)$

      ↳ $v_\varphi = c$: pas de dispersion

⚠ On peut avoir $v_\varphi > c$ car v_φ ne transporte pas d'informations

- Approximation acoustique:
  - Evolution adiabatique reversible => isentropique
  - Fluide parfait : $\eta = 0$
  - $\rho_1 \ll \rho_0$; $P_1 \ll P_0$; $v_1 \ll v_0$
  - ρ_1, P_1 et v_1 sont infiniments petits du même ordre
  - $\langle v \rangle$; $\langle \rho \rangle$; $\langle P \rangle = 0$